

## SISTEMI DI COORDINATE SULLA SUPERFICIE SFERICA (di mortola carlo)

Per individuare univocamente un punto di una superficie sferica si possono utilizzare due sistemi di coordinate sferiche, e precisamente:

1. coordinate sferiche **ortogonali**,
2. coordinate sferiche **polari**.

Specifichiamo ora i due sistemi.

A) Per le coordinate sferiche ortogonali, dopo aver stabilito un punto  $P$  come **polo** del sistema, si assume:

- per **asse polare** il diametro  $PP'$  che passa per il polo  $P$ ,
- per **cerchio fondamentale di riferimento** o **base** il circolo massimo  $KOK'$ , normale all'asse polare.

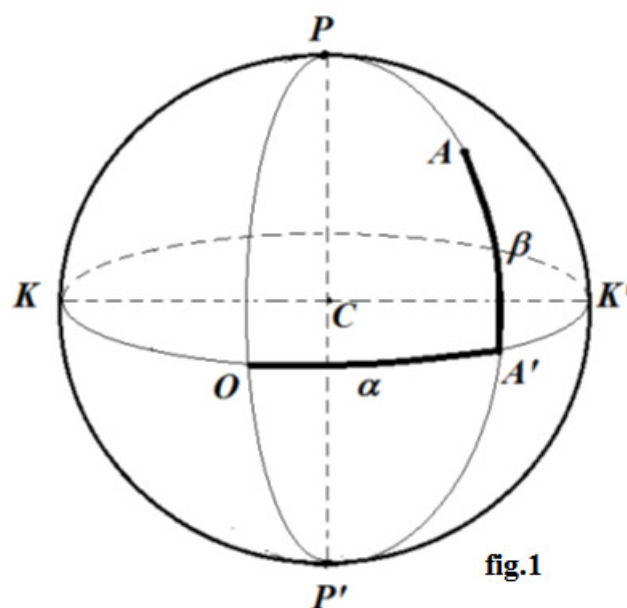
Si dicono cerchi polari i circoli massimi che passano per il polo  $P$ , e semicircoli polari i loro rami come  $POP'$ .

Tra i semicircoli polari, ne viene stabilito uno come **semicircolo origine** (detto anche semicerchio secondario di riferimento).

Supposto che  $POP'$  sia proprio il semicircolo origine, poiché questo risulta perpendicolare alla base  $KOK'$ , abbiamo stabilito un sistema di coordinate sferiche ortogonali.

Allora un punto  $A$  della superficie sferica viene individuato univocamente dalle coordinate (fig.1)

$$A'A = \beta \quad ; \quad OA' = \alpha$$



La coordinata  $\alpha$  viene misurata sul cerchio base, dall'origine  $O$  sino al piede  $A'$  del semicircolo polare passante per il punto  $A$  considerato, nel senso:

- orario da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ ,

oppure

- antiorario da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ ,

oppure

- nei due sensi da  $0^\circ$  a  $180^\circ$ ,

a seconda della scelta fatta a priori.

La coordinata  $\beta$  viene misurata, da  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , sul semicircolo  $PAP'$ , a partire dal punto  $A'$  sino a raggiungere il punto  $A$  considerato:

- positivamente verso il polo  $P$

e

- negativamente verso il polo  $P'$

o viceversa, a seconda della scelta fatta a priori.

## ESEMPIO

Un sistema di coordinate sferiche ortogonali sulla sfera terrestre (quelle che interessano alla navigazione) sono la *latitudine* e la *longitudine*. Per esse abbiamo:

- il *polo* del sistema è il polo geografico nord
- l'*asse polare* è l'asse di rotazione della Terra
- la *base* è l'equatore
- i *cerchi polari* sono i circoli meridiani
- il *semicircolo origine* è il meridiano di Greenwich.

E, come è noto:

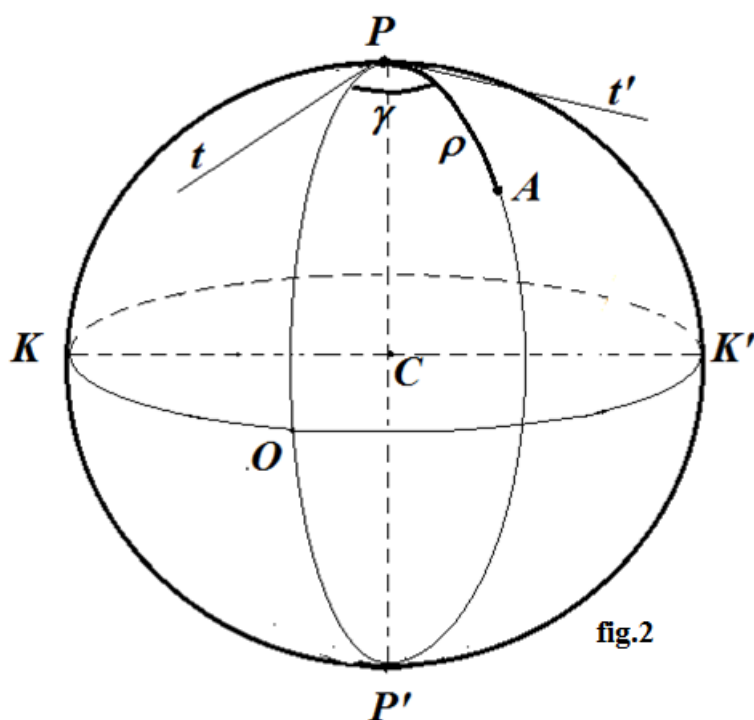
- la latitudine è misurata, da  $0^\circ$  a  $90^\circ$ 
  - *positivamente* per punti di latitudine *nord* ( $N$ )
  - *negativamente* per punti di latitudine *sud* ( $S$ )
- la longitudine è misurata, da  $0^\circ$  a  $180^\circ$ 
  - positivamente per punti di longitudine est ( $E$ )
  - negativamente per punti di longitudine ovest ( $W$ )

OSSERVAZIONE. Nel sistema di coordinate sul piano, si dice che un punto del piano è univocamente individuato mediante una *coppia ordinata*  $(a, b)$  di numeri, in cui il primo dei due numeri  $a$  è detto *ascissa* ed il secondo  $b$  è detto *ordinata*. In navigazione, è consuetudine scrivere prima la latitudine, corrispettiva dell'ordinata  $b$  sul piano, mediante il simbolo  $\varphi$  e poi la longitudine, corrispettiva dell'ascissa  $a$  sul piano, mediante il simbolo  $\lambda$ .

B) Per le coordinate sferiche polari, dopo aver stabilito un punto  $P$  come *polo* del sistema, si assume:

- un semicircolo massimo  $PP'$  ( $P'$  diametralmente opposto a  $P$ ) quale *semicerchio origine*.

In fig.2 il semicerchio origine è  $POP'$ .



Allora un punto  $A$  della superficie sferica viene individuato univocamente dalle coordinate

$$O\hat{P}A = \gamma \quad ; \quad PA = \rho$$

La coordinata  $\gamma$ , detta *anomalia*, è l'angolo diedro formato dal piano contenente il semicerchio origine ed il piano contenente il semicercolo polare passante per il punto considerato, misurata a partire dal semicerchio origine nel senso:

- orario da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ ,

oppure

- antiorario da  $0^\circ$  a  $360^\circ$ ,

oppure

- nei due sensi da  $0^\circ$  a  $180^\circ$ ,

a seconda della scelta fatta a priori.

La coordinata  $\rho$ , detta *arco vettore*, viene misurata, da  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , sul semicircolo  $PAP'$ , a partire dal punto  $P$  sino a raggiungere il punto  $A$  considerato.

OSSERVAZIONE. E' consuetudine tracciare un archetto (fig.2) nei pressi del polo per indicare l'anomalia; in realtà l'anomalia è l'angolo formato dalle semirette tangenti, nel polo  $P$ , ai due semicircoli  $POP'$  e  $PAP'$ , che è l'ampiezza della sezione retta dell'angolo diedro prima citato.

Nella fig.3 è rappresentata la Terra sulla cui superficie è riportato:

- il polo  $P$  (polo nord o polo sud, a seconda dell'emisfero considerato)
- il cerchio fondamentale di riferimento ovvero l'equatore  $QQQ'$
- il semicircolo origine ovvero il meridiano di Greenwich  $POP'$

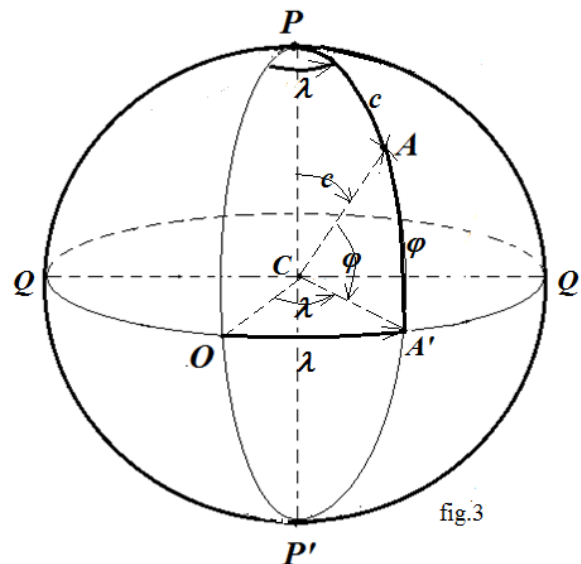


fig.3

In queste circostanze, il punto  $A$  è univocamente individuato dalla coppia di coordinate:

a. ortogonali

- latitudine  $\varphi = \widehat{A'CA} = \text{arco}A'A$
- longitudine  $\lambda = \widehat{OCA'} = \text{arco}OA'$

b. polari

- colatitudine  $c = \widehat{PCA} = \text{arco}PA$
- longitudine  $\lambda = \widehat{OPA} = \widehat{OCA'}$

OSSERVAZIONE. Per le coordinate sferiche terrestri, come si rileva manifestamente, la longitudine è coordinata sia del sistema ortogonale che di quello polare.

Ciò non si verifica per le coordinate sferiche di un astro sulla sfera celeste, come successivamente si vedrà.

In astronomia sferica si usano principalmente quattro sistemi di coordinate sferiche.

Due sono detti *locali* perché dipendono dalla posizione dell'osservatore posto in un punto della superficie terrestre e, precisamente:

\_ sistema di *coordinate orizzontali* o *azimutali* o *altazimutali*, che ha per

- base l'*orizzonte vero* o *orizzonte astronomico*,
- per polo lo *zenit*
- per semicircolo origine il *verticale nord*

\_ sistema di *coordinate orarie*, che ha per

- base l'*equatore celeste*,
- per polo il *polo celeste elevato* (quello omonimo alla latitudine dell'osservatore)
- per semicircolo origine il *meridiano superiore* dell'osservatore

Due sono detti *uranografici*, perché non dipendono dalla posizione dell'osservatore, e precisamente:

\_ sistema *uranografico equatoriale*, che ha per

- base l'*equatore celeste*,
- per polo il *polo nord celeste*
- per semicircolo origine il *coluro degli equinozi*

\_ sistema *uranografico eclittico*, che ha per

- base l'*eclittica*,
- per polo il *polo nord* di questo circolo massimo
- per semicircolo origine il *meridiano d'eclittica* passante per il *punto vernale* (dal latino *ver*: primavera)

Tutto quanto detto verrà sviluppato esaurientemente durante le lezioni di *astronomia nautica*, riportiamo comunque una tabella che riassume la totalità dei precedenti sistemi di coordinate

## Tabella riassuntiva delle coordinate sulla sfera celeste

sistemi di coordinate	coordinate	simbolo	dove si misura	origine della misura	senso della misura	dove termina la misura	limiti della misura	NOTE
uranografiche equatoriali	ascensione retta	$\alpha$	equatore	punto $\gamma$	antiorario	piede dell'orario dell'astro	$0^\circ \dots 360^\circ$	(*) $\text{CO}\alpha = 360^\circ - \alpha$
	declinazione	$\delta$	orario dell'astro	equatore	+ verso $P_N$ - verso $P_S$	centro dell'astro	$0^\circ \dots 90^\circ$	$P = 90^\circ - (\pm \delta)$ + se $\varphi$ e $\delta$ sono omonime - se $\varphi$ e $\delta$ sono eteronime
	distanza polare	$p$	orario dell'astro	polo elevato	verso il polo depresso	centro dell'astro	$0^\circ \dots 180^\circ$	
locali orarie	angolo orario	$t$ ( $T$ )	equatore	meridiano superiore ( $M_s$ )	orario per un osservatore che dal polo nord guardi l'equatore	piede dell'orario dell'astro	$0^\circ \dots 360^\circ$	$\hat{P}_W = t$ se $t < 180^\circ$
	angolo al polo	$\hat{P}$	equatore	meridiano superiore	verso E o verso W rispetto al meridiano dell'osservatore	piede dell'orario dell'astro	$0^\circ \dots 180^\circ$	$\hat{P}_E = 360^\circ - t$ se $t > 180^\circ$
locali altazimutali	altezza	$h$	verticale dell'astro	orizzonte	verso lo zenit	centro dell'astro	$0^\circ \dots 90^\circ$	$z = 90^\circ - h$
	distanza zenitale	$z$	verticale dell'astro	zenit	verso l'orizzonte	centro dell'astro	$0^\circ \dots 90^\circ$	
	azimut	$a$	orizzonte	punto cardine N	orario (NESW)	piede del verticale dell'astro	$0^\circ \dots 360^\circ$	<b>annotazione</b> (**)
	angolo azimutale	$\hat{Z}$	orizzonte	cardine omonimo $\varphi$ osservatore	verso E o W a seconda emisfero appartenenza astro	piede del verticale dell'astro	$0^\circ \dots 180^\circ$	
	amplitudine ortiva od occasa	$ampl$	orizzonte	punto cardine E od W	verso N o S, come nome della $\delta$ dell'astro	piede del verticale dell'astro	$0^\circ \dots 90^\circ$	

(\*)  $\text{CO}\alpha$  si dice **coascensione retta** o **ascensione versa** ed è l'esplemento dell'ascensione retta  $\alpha$ .

(\*\*)

	$\varphi$ NORD		$\varphi$ SUD
$a < 180^\circ$	$\Rightarrow \hat{Z} = N a E$		$a < 180^\circ \Rightarrow \hat{Z} = S (180^\circ - a) E$
$a > 180^\circ$	$\Rightarrow \hat{Z} = N (360^\circ - a) W$		$a > 180^\circ \Rightarrow \hat{Z} = S (a - 180^\circ) W$

