

nella figura sono quelli i cui paralleli di declinazione sono nella calotta sferica avente base il parallelo di diametro $H'C'''$.

● Per le **culminazioni superiori**, non considerando l'astro in posizioni particolari, abbiamo:

$$\text{caso 2.} \quad |\varphi| = C'Z - C'M_s = |z| - |\delta|;$$

$$\text{caso 4.} \quad |\varphi| = M_s C'' + C''Z = |\delta| + |z|;$$

$$\text{caso 6.} \quad |\varphi| = M_s C''' - C'''Z = |\delta| - |z|.$$

La seguente **relazione algebrica**

$$\varphi_{mer} = z_{mer} + \delta_{mer}$$

consente di determinare φ , in funzione di δ e z , senza l'uso dell'operatore "valore assoluto", adottando la seguente *convenzione* sul segno di z e precisamente a z si assegna:

- il segno "+" se l'osservatore vede la culminazione verso sud,
- il segno "-" se l'osservatore vede la culminazione verso nord,

mantenendo per δ e φ i segni e nomi come stabilito dalle loro definizioni.

●● Per le **culminazioni inferiori** abbiamo:

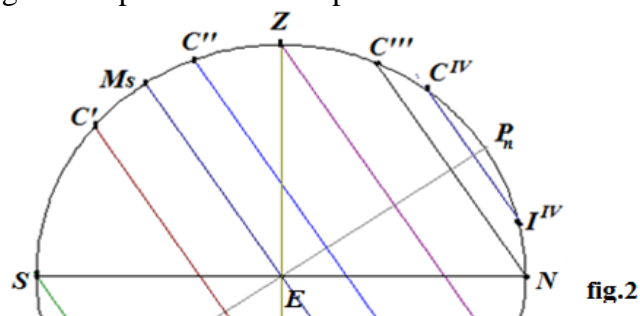
$$M_s Z + ZI''' + I'''M_i = 180^\circ \Rightarrow \varphi_{mer} + z_{mer} + \delta_{mer} = 180^\circ$$

e, risolvendo rispetto alla latitudine, otteniamo:

$$\varphi_{mer} = 180^\circ - (z_{mer} + \delta_{mer})$$

ESEMPLI.

La fig.1 si modifica nella fig.2 se il polo elevato è il polo nord celeste:



In questa ipotesi consideriamo:

● le culminazioni superiori in C' , C''' e S

1. Per la culminazione in C' sia $h_{mer} = 36^\circ$, da cui $z_m = 64^\circ$ e $\delta_{mer} = 14^\circ S$; allora si ha:

$$\varphi_{mer} = +54^\circ + (-14^\circ) = +40^\circ \Rightarrow \varphi_{mer} = 40N$$

2. Per la culminazione in C''' sia $h_{mer} = 62^\circ$, da cui $z_m = 28^\circ$ e $\delta_{mer} = 68^\circ N$; allora si ha

$$\varphi_{mer} = -28^\circ + (+68^\circ) = +40^\circ \Rightarrow \varphi_{mer} = 40N$$

3. Per la culminazione in S sia $h_{mer} = 50^\circ$, da cui $z_{mer} = 40^\circ$ e $\delta_{mer} = 0^\circ$; allora si ha

$$\varphi_{mer} = 40^\circ + 0^\circ = +40^\circ \Rightarrow \varphi_{mer} = 40N$$

●● la culminazione inferiore I^V

Per la culminazione in I^V sia $h_m = 8^\circ$, da cui $z_m = 82^\circ$ e $\delta_{mer} = 58^\circ$; allora si ha

$$\varphi_{mer} = 180^\circ - (82^\circ + 58^\circ) = 40^\circ N.$$

OSSERVAZIONE. L'**altezza meridiana** e l'**altezza di culminazione** coincidono solamente per quegli astri che non hanno apprezzabile variazione in declinazione come le stelle e, in buona approssimazione, anche i pianeti. La declinazione del Sole varia di ora in ora e quindi le due altezze non coincidono, ma, l'errore che si commette è minore delle approssimazioni delle apparecchiature usate a bordo.

Le cose cambiano notevolmente per la Luna che ha una variabilità rilevante in declinazione tale che tra le due altezze vi può essere un errore che può raggiungere valori attorno ai $5'$; pertanto osservazioni meridiane di Luna sono da evitarsi.

► Compreso che si può determinare, con buona approssimazione, la latitudine di un punto qualunque della superficie terrestre mediante osservazioni meridiane di astri (ad esclusione della Luna), ci domandiamo come possiamo determinare la corrispondente longitudine.

Infatti:

- per la latitudine non v'è nessun problema in virtù del moto in declinazione dell'astro nei pressi del suo passaggio in meridiano: nelle vicinanze del meridiano dell'osservatore l'altezza dell'astro varia di pochissimo tale che, per un piccolo intervallo di tempo, l'astro sembra spostarsi orizzontalmente.
- per la longitudine le cose non sono così semplici come per la latitudine perché è pressoché impossibile stabilire l'istante in cui l'astro raggiunge esattamente la massima altezza, visto che per alcune decine di secondi l'altezza dell'astro varia in modo impercettibile.

NOTA. Durante il dì ci serviamo del Sole risolvendo il problema del passaggio al meridiano mobile della nave. Durante la notte si può ricorrere alla determinazione di una latitudine media (la media aritmetica è la più semplice elaborazione di dati di carattere additivo) utilizzando altezze meridiane di più astri, e ciò è possibile tra la fine del crepuscolo vespertino e l'inizio di quello mattutino se si dispone di un sestante con orizzonte artificiale (per esempio il sestante Plath, dotato di una livella torica che consente, quando la bolla è centrata, di trovarsi perfettamente in posizione orizzontale).

Pertanto, per determinare la longitudine, conoscendo la latitudine, si ricorre all'osservazione di un astro extra-meridiano abbastanza lontano dal meridiano dell'osservatore, preferibilmente nelle vicinanze del primo verticale.

Dopo di ché è la matematica che ci consente di risolvere il problema; basterà utilizzare il teorema di Eulero per i triangoli sferici (relazione che lega i tre lati con un angolo) ed applicarlo al triangolo astronomico:

$$\cos z = \cos c \cdot \cos p + \sin c \cdot \sin p \cdot \sin \hat{P}$$

che, risolta rispetto all'angolo al polo, ci porge

$$\cos \hat{P} = \frac{\cos z - \cos c \cdot \cos p}{\sin c \cdot \sin p};$$

da cui calcoliamo \hat{P} .

Ora saranno le effemeridi che ci consentiranno di risalire alla longitudine desiderata.

ESEMPIO. Si supponga che la latitudine sia $\varphi = 26^\circ 44'.6 N$, calcolata mediante osservazioni meridiane di almeno due astri e si osservi la stella Regolo la cui altezza vera sia $h_v = 26^\circ 44'.6$; calcolare la longitudine λ , sapendo $UT = 0^h 38^m 41^s$ del 3/10/2013. Si è scelta Regolo perché l'azimut è 83° , quindi prossimo al primo verticale orientale.

SOLUZIONE.

Dalle pagine bianche delle effemeridi

MAR. 1, MER. 2, GIO. 3				ottobre 2013																						
UT		SOLE		γ	STELLE																				
d	h	T	Dec.	T	Nome	$360^\circ - \alpha$	Dec.																			
		°	'	°		°	'	°	'																	
22	152	42.9	54.5	341	46.8	Nunki	75 26.0	320 10.0	40	17 39	18 08	18 42	15 14	15 43	16 11	16 38										
23	167	43.1	55.4	356	49.3	Peacock	53 18.7	556 41.4	45	17 39	18 08	18 42	15 14	15 43	16 11	16 38										
3	0	162	43.3	53	56.4	Phact	214 57.6	534 3.9	N40	17 41	18 08	18 39	15 06	15 30	16 08	16 39										
	1	191	43.5	57.4	26	54.2	Polare	317 18.0	N89 19.2	35	17 43	18 08	18 37	15 00	15 33	16 07	16 40									
	2	212	43.7	58.3	41	56.7	Polluce	243 27.6	N27 59.4	30	17 44	18 08	18 36	14 54	15 30	16 05	16 40									
	3	227	43.9	3	59.3	Procyon	244 39.6	N5 11.3	20	17 47	18 09	18 35	14 44	15 23	16 02	16 41										
	4	242	44.1	4	00.3	Rasalhague	96 06.4	N12 13.4	N10	17 50	18 11	18 35	14 35	15 17	15 59	16 42										
	5	257	44.3	01.2	87	04.1	Regolo	207 43.6	N11 53.9	N0	17 53	18 13	18 37	14 27	15 12	15 57	16 43									
	6	272	44.4	54	02.2	Rigel	281 11.7	58 11.1	S10	17 55	18 15	18 41	14 19	15 06	15 55	16 44										
	7	287	44.6	03.2	117	09.0	Rigel Kent	139 52.0	S80 53.5	20	17 58	18 20	18 46	14 09	15 00	15 52	16 45									
	8	302	44.8	04.1	132	11.5	Sabik	102 12.4	S15 44.3	30	18 02	18 26	18 54	13 59	14 54	15 49	16 46									
	9	317	45.0	05.1	147	13.9	Salph	272 53.6	S9 39.9	35	18 04	18 30	18 59	13 53	14 50	15 47	16 46									
	10	332	45.2	06.1	162	16.4	Schedar	349 28.6	N56 36.9	40	18 06	18 34	19 00	13 46	14 45	15 46	16 47									

e dalle pagine azzurre

38^m39^m

Sec	SOLE PLANETI	γ	LUNA	α/d	pp	α/d	pp	α/d	pp	Sec	SOLE PLANETI	γ	LUNA	α/d	pp	α/d	pp	α/d	pp
00	9 30.0	9 01.0	9 04.1	00	0.0	60	3.0	120	7.0	00	9 45.0	9 26.6	9 13.3	00	0.0	60	4.0	120	7.0
01	9 30.3	9 01.3	9 04.2	01	0.1	61	3.9	121	7.3	01	9 45.3	9 26.9	9 13.6	01	0.1	61	4.0	121	7.3
02	9 30.6	9 01.6	9 04.3	02	0.1	62	4.0	122	7.5	02	9 45.6	9 27.1	9 13.8	02	0.1	62	4.1	122	7.5
03	9 30.8	9 01.8	9 04.4	03	0.2	63	4.0	123	7.7	03	9 45.8	9 27.4	9 14.1	03	0.2	63	4.1	123	7.7
04	9 31.0	9 02.0	9 04.5	04	0.3	64	4.1	124	8.0	04	9 46.0	9 27.6	9 14.3	04	0.3	64	4.2	124	8.0
05	9 31.3	9 02.3	9 04.6	05	0.3	65	4.2	125	8.3	05	9 46.3	9 27.9	9 14.5	05	0.3	65	4.3	125	8.3
06	9 31.5	9 02.5	9 04.7	06	0.4	66	4.3	126	8.6	06	9 46.5	9 28.1	9 14.8	06	0.4	66	4.3	126	8.6
07	9 31.8	9 02.8	9 04.8	07	0.4	67	4.3	127	8.9	07	9 46.8	9 28.4	9 15.0	07	0.5	67	4.4	127	8.9
08	9 32.0	9 03.0	9 04.9	08	0.5	68	4.4	128	9.2	08	9 47.0	9 28.6	9 15.3	08	0.5	68	4.5	128	9.2
09	9 32.3	9 03.3	9 05.0	09	0.5	69	4.4	129	9.5	09	9 47.3	9 28.9	9 15.5	09	0.6	69	4.5	129	9.5
40	9 40.0	9 41.6	9 13.3	40	2.6	102	6.1	162	10.3	40	9 55.1	9 56.8	9 27.9	40	2.6	102	6.1	162	10.3
41	9 40.3	9 41.8	9 13.4	41	2.6	101	6.5	161	10.3	41	9 55.1	9 56.8	9 28.1	41	2.7	101	6.1	161	10.6
42	9 40.5	9 42.1	9 14.1	42	2.7	102	6.5	162	10.4	42	9 55.5	9 57.1	9 28.4	42	2.8	102	6.7	162	10.7
43	9 40.8	9 42.3	9 14.3	43	2.8	103	6.6	163	10.5	43	9 55.8	9 57.4	9 28.6	43	2.8	103	6.8	163	10.7
44	9 41.0	9 42.6	9 14.5	44	2.8	104	6.7	164	10.5	44	9 56.0	9 57.6	9 28.8	44	2.9	104	6.8	164	10.8

abbiamo (attenzione: nella pag. azzurra non si legge bene il numero 9; sembra "zero"):

$$T_m = 0^h \quad \rightarrow \quad T_{s_0} = 11^{\circ}51'.8$$

$$I = 38^m 41^s \quad \rightarrow \quad I_s = 9^{\circ}41'.8$$

$$T_s = 21^{\circ}33'.6$$

Determiniamo le ampiezze dei lati del triangolo astronomico onde evitare, nei calcoli, qualunque (inutile) convenzione dei segni:

$$\text{distanza zenitale: } z = 90^{\circ} - h = 63^{\circ}15'.4,$$

$$\text{distanza polare: } p = 90^{\circ} - \delta = 78^{\circ}06'.1,$$

$$\text{colatitudine: } c = 90^{\circ} - \varphi = 77^{\circ}40'.4$$

e, calcoliamo il tempo dell'astro:

$$\cos \hat{P} = \frac{\cos z - \cos c \cos p}{\sin c \sin p} \quad \Rightarrow \quad \hat{P}_E = 64^{\circ}52'.1 \quad \Rightarrow \quad t_s = 295^{\circ}07'.8$$

Calcoliamo il corrispondente tempo sidero t_s :

$$\begin{aligned} t_s &= 295^{\circ}07'.8 \\ - \cos \alpha &= 207^{\circ}43'.6 \\ \hline t_s &= 87^{\circ}24'.2. \end{aligned}$$

Calcoliamo la longitudine richiesta mediante la differenza dei due tempi sideri:

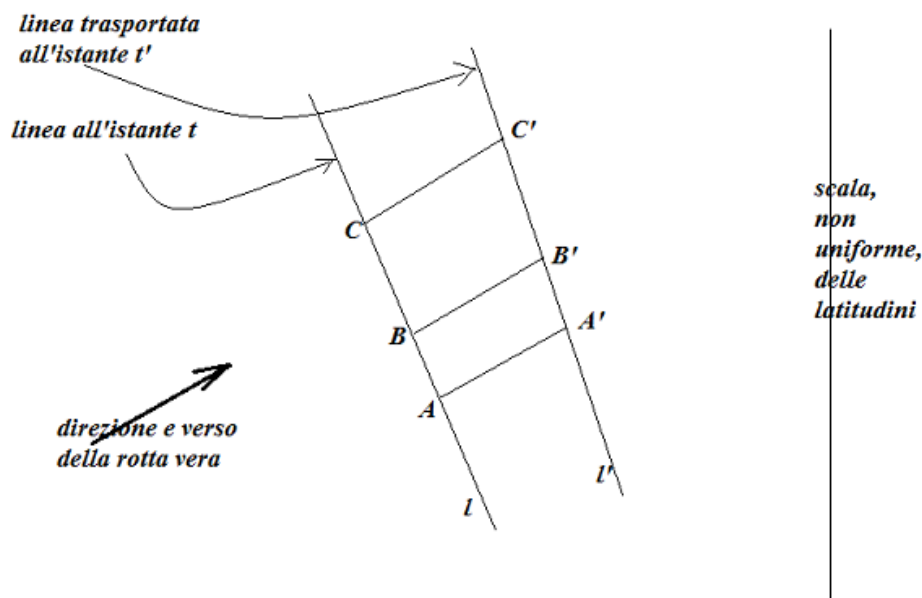
$$\begin{aligned} t_s &= 87^{\circ}24'.2. \\ - T_s &= 21^{\circ}33'.6 \\ \hline \lambda &= 65^{\circ}50'.6 E. \end{aligned}$$

OSSERVAZIONE. Non è detto che le osservazioni meridiane debbano assolutamente precedere

l'osservazione extra-meridiana. Per le osservazioni meridiane bisogna attendere istanti propizi, mentre per quella extra-meridiana è necessario scegliere una stella che non sia molto lontana dal primo verticale. Il problema viene risolto con i necessari trasporti.

NOTA. Una qualunque linea di posizione della nave (una retta di allineamento, una retta di rilevamento, una retta d'altezza, ...) si ottiene mediante una osservazione eseguita in un certo istante t ; ma, essa può costituire un'altra linea di posizione per un istante successivo t' mediante l'esecuzione del **trasporto** della stessa.

Precisamente, da una linea di posizione l relativa ad un istante t , tracciata sulla carta di Mercatore (la carta nautica per antonomasia), si può determinare un'altra linea l' dello stesso tipo, relativa ad un istante successivo t' , traslando (**trasporto**) ogni punto della prima nella direzione e verso della rotta vera seguita dalla nave, pari a $v(t' - t)$ miglia, in cui v (velocità della nave) è espressa in nodi e $t' - t$ è espresso in ore.



Così, nella figura, i punti A, B, C della linea l vengono **trasportati** nei corrispondenti punti A', B', C' della linea l' .

Teoricamente le due linee risultano divergenti a causa della scala, non uniforme, delle latitudini (vedi il problema delle latitudini crescenti); infatti le distanze vanno misurate sulla scala delle latitudini in funzione della latitudine di quel sito e, come è noto, le lunghezze dei *primi* di questa scala variano aumentando con l'aumentare della latitudine. Per quanto detto, le distanze AA', BB', CC' sono tutte uguali, ma sulla carta nautica sono rappresentate da segmenti diversi, crescenti col crescere della latitudine.

La divergenza tra le due linee l ed l' è più marcata :

1. alle latitudini più elevate perché in queste circostanze le lunghezze dei *primi* della scala sono più dilatate;

2. se la linea l è orientata con direzione prossima al meridiano perché, in questo caso, la zona considerata risulta più estesa in latitudine.

Per contro, la divergenza diminuisce quando la linea l è orientata pressoché per parallelo, diventando nulla se orientata proprio per parallelo.

Nei casi pratici della nautica il trasporto di una linea l si effettua misurando le distanze con i *primi*. sulla scala delle latitudini, alla latitudine media e traslandola parallelamente a sé stessa, della quantità calcolata in virtù della velocità della nave e dell'intervallo di tempo $t' - t$.

Comunque nel nostro caso il trasporto non crea nessun problema se i luoghi di posizione delle meridiane si trasportano all'istante dell'osservazione extra-meridiana, ovviamente assumendo per latitudine del punto nave la media delle latitudini meridiane.