

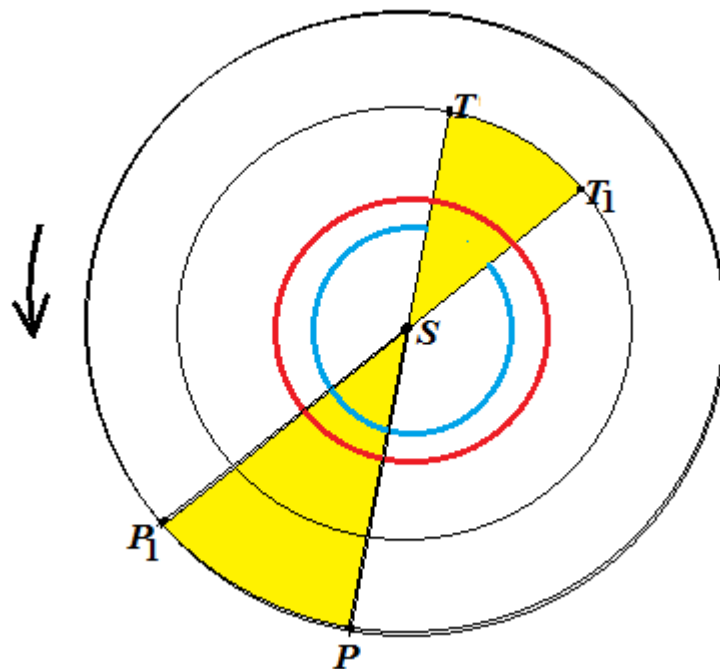
Terzo problema della simulazione della seconda prova di Navigazione all'esame di stato.

- 3) Un osservatore annota che un certo pianeta è in opposizione ogni 665,25 giorni.
Il Candidato calcoli la distanza del pianeta dal Sole, in unità astronomiche.

SOLUZIONE

Premetto alcune semplificazioni:

1. velocità costante di ciascun pianeta attorno al Sole
2. orbite dei pianeti perfettamente circolari (le orbite ellittiche hanno piccola eccentricità: la massima, $e=0.249$, è quella di Plutone);
3. I "giorni" (medi) di una rivoluzione completa della Terra siano 365.25.



Con queste premesse ci riferiamo alla figura, nella quale, è:

- TSP la situazione di un istante in opposizione;
- T_1SP_1 la situazione della successiva opposizione, ottenuta dopo 665.25 giorni; per avere questa seconda situazione, la Terra ha compiuto una rivoluzione

completa in 365.25 giorni (*circolo rosso*), più una ulteriore traiettoria (*arco azzurro*) dovuta ai successivi $665.25 - 365.25 = 300$ giorni.

Determino, mediante proporzione, l'angolo descritto dal raggio vettore della Terra nei 300 giorni (arco azzurro, **tenere presente il senso della freccia nera in figura**):

$$\frac{365.25}{360^\circ} = \frac{300}{(TST_1)^\circ} \Rightarrow (TST_1)^\circ = \frac{360^\circ \cdot 300}{365.25} \approx (295.69)^\circ.$$

Determino, mediante proporzione, i giorni (medi) di rivoluzione del pianeta P :

$$\frac{(295.69)^\circ}{665.25} = \frac{360^\circ}{\text{giorni}} \Rightarrow \text{giorni} = \frac{360^\circ \cdot 665.25}{(295.69)^\circ} \approx 809.94.$$

Dall'equazione che esprime la terza legge di Keplero:

$$\frac{T^2}{T_1^2} = \frac{r^3}{r_1^3} \quad (1)$$

nella quale pongo $r = 1 \text{ U.A.}$, ho:

$$\frac{365.25^2}{809.94^2} = \frac{1}{r_1^3} \Rightarrow r_1 = \sqrt[3]{\frac{809.25^2}{365.25^2}} \approx 1.7 \text{ U.A.}$$

Considerata la distanza Terra Sole pari a 149 597 870 Km, la distanza in chilometri del pianeta dal Sole è 254 316 379 Km.

CONSIDERAZIONI SULLE VELOCITA'

Sempre nelle ipotesi fatte inizialmente sulle orbite dei pianeti attorno al Sole, indicate con v e v_1 rispettivamente le velocità della Terra e del pianeta, è:

$$Tv = 2 \pi r \quad \text{e} \quad T_1 v_1 = 2 \pi r_1;$$

divido, membro a membro, la prima con la seconda:

$$\frac{Tv}{T_1 v_1} = \frac{2\pi r}{2\pi r_1} \Rightarrow \frac{T}{T_1} = \frac{r v_1}{r_1 v};$$

elevo a quadrato ambo i membri di quest'ultima:

$$\frac{T^2}{T_1^2} = \frac{r^2 v_1^2}{r_1^2 v^2}; \quad (2)$$

confrontandola (1) con la (2), in virtù della proprietà transitiva dell'uguaglianza, scrivo:

$$\frac{r^2 v_1^2}{r_1^2 v^2} = \frac{r^3}{r_1^3} \Rightarrow \frac{v_1^2}{v^2} = \frac{r}{r_1} \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{v^2 r}{r_1}};$$

ed essendo manifestamente $v > 0$, è:

$$v_1 = v \sqrt{\frac{r}{r_1}}.$$

Dal risultato prima ottenuto è:

$$v_1 \approx v \sqrt{\frac{1}{1.7}} \approx 0.77v,$$

ovvero la velocità del pianeta è circa pari al 77% della velocità della Terra.

NOTE MIE PERSONALI. Le tre leggi di Keplero sono tutte meravigliose:

- La prima tratta della traiettoria ellittica che i pianeti descrivono attorno al Sole e che lo stesso occupa “*uno dei due fuochi*” dell’ellisse; ma quale dei due? Credo che le leggi fisiche (matematiche) che descrivono l’Universo non lascino nulla al caso. Sarebbe diversa la nostra vita sulla Terra se il Sole occupasse l’altro fuoco? Mi piacerebbe ottenere risposte.
- La seconda ha dell’incredibile perché lega “*tempi*” con “*aree*”.
- Ma è indubbiamente è la terza legge la più affascinante perché lega, in una incantevole equazione, “*quadrati di tempi*” con “*volumi*”.

Chi ha ulteriori idee, le aggiunga.....

NOTA. Le teorie che regolano il “*mondo*” sono, in generale, approssimate e così risultano anche le leggi di Keplero:

- I pianeti non ruotano attorno al Sole; ruotano, assieme al Sole, attorno al baricentro del sistema solare, baricentro che, per la prevalente massa del Sole rispetto a tutti i pianeti del suo sistema, viene

approssimativamente considerato, da Keplero, coincidente col baricentro della nostra stella;

- Il baricentro del sistema solare non è fisso, ma si muove continuamente per la continua diversa distribuzione dei pianeti nel sistema stesso;
- I pianeti, inoltre, si attirano mutualmente, con forze continuamente variabili, a seconda delle loro mutue distanze (legge di gravitazione universale); questo fenomeno causa la deformazione delle orbite dei pianeti;
- Infine (almeno credo) il Sole non è stazionario bensì si muove nella direzione della stella Vega, trascinando con se tutti i pianeti del suo sistema; la conseguenza di questo moto produce la formazione, per ciascun pianeta, di orbite spiraliformi; pertanto nessun pianeta passerà più di una volta per un punto dello spazio.

Tempo permettendo, necessita qualche approfondimento sulla “meccanica celeste”.