ALCUNE CONSIDERAZIONI SULLA DIFFERENZA TRA CAMMINO LOSSODROMICO ED ORTODROMICOINVIATE AD UN COLLEGA DI NAVIGAZIONE(di mortolacarlo)

La riduzione di un dato angolo al primo quadrante, significa trovare l'angolo del primo quadrante le cui funzioni goniometriche abbiano, in valore assoluto, gli stessi valori dell'angolo dato.

Successivamente il segno del valore naturale richiesto viene assegnato in virtù del quadrante di appartenenza dell'angolo dato.

Come ti dicevo, questa operazione era indispensabile allorquando si usavano le tavole logaritmiche perché, come si sa, le tavole fornivano i logaritmi dei valori naturali delle funzioni goniometriche per angoli del primo quadrante.

In navigazione ed in astronomia nautica si è agevolato lo studente introducendo le così dette "*convenzioni dei segni*"; oggi, sempre più mi convinco che se ne debba fare a meno, lasciando alla calcolatrice tascabile il compito di tenere conto dei segni dei valori naturali delle funzioni goniometriche.

Mi sembra che col perseverare dell'uso delle suddette convenzioni dei segni, si disconosca la potenzialità delle moderne calcolatrici tascabili (ed eventualmente dei computer) e si faccia una mescolanza tra il "*vecchio"* e il "*nuovo*".

Il problema, a volte[(*)], si potrebbe porre anche con le calcolatrici se gli angoli che si manipolano avessero variabilità dell'angolo giro; questo non avviene mai nelle materie nautiche perché anche se esistono angoli con variabilità tutto l'angolo giro come gli azimut e i tempi dell'astro, nelle equazioni (che tutti chiamano, erroneamente, formule) non compaiono mai azimut e angoli orari ma, rispettivamente, angoli azimutali ed angoli al polo.

(*) non si pone il problema sulla determinazione del valore naturale di una funzione goniometrica; si pone nel problema inverso ovvero sulla determinazione dell'angolo corrispondente ad un valore naturale di una funzione goniometrica

Le uniche convenzioni dei segni rimarrebbero sempre:

1. nel triangolo ortodromico nel caso in cui il punto di arrivo ha latitudine di nome opposto a quella del punto di partenza;infatti in questo caso il lato di estremi il polo ed il punto di arrivo è $c = |\varphi| + 90°$. OSSERVAZIONE: anche in questo caso *c* si dice colatitudine del punto di arrivo, in deroga alla definizione di colatitudine quale complemento della latitudine.

2. nel triangolo astronomico nel caso di latitudine dell'osservatore eteronima alla declinazione dell'astro osservato; infatti in questo caso la distanza polare è $p = |\delta| + 90°$.

Quando viene detto sui libri di navigazione che i parametri del circolo massimo sono le coordinate di uno dei suoi vertici, preferirei che fosse scritto "*il minimo numero di parametri*".

Faccio riferimento alla matematica:

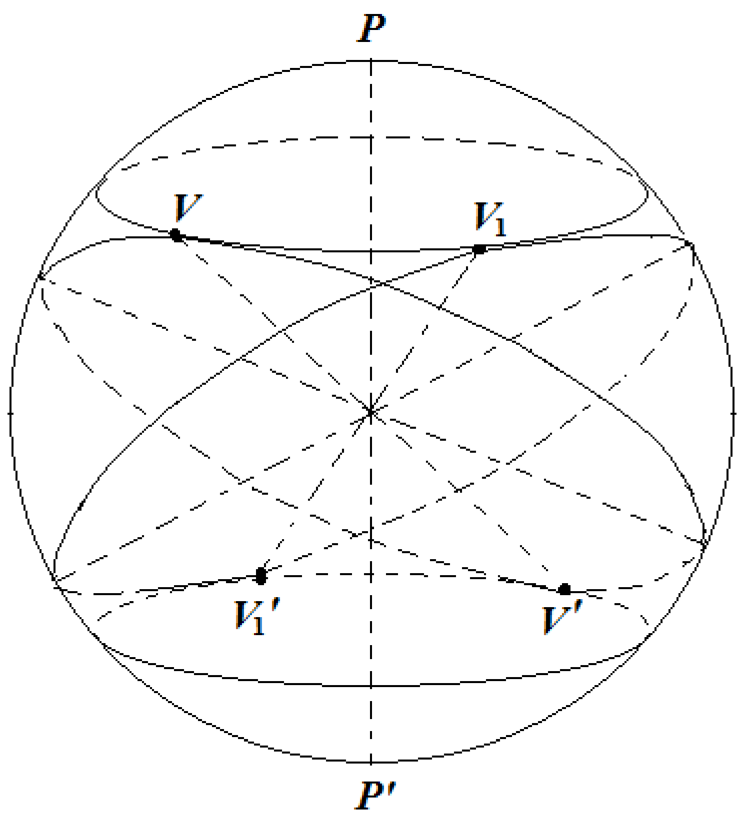
1. Come si sa tre punti non allineati individuano univocamente una equazione del tipo $y = ax^2+bx+c$(parabola quadratica); sembrerebbe quindi che per determinare una parabola accorressero sei parametri. Ma, se uno dei tre punti e il vertice della parabola allora basta uno solo degli altri due punti e quindi in questa circostanza vengono utilizzati quattro parametri. Ora, per definizione di parabola, ci rendiamo conto che il minimo numero di parametri è tre: le coordinate (α, β) del fuoco e l'equazione della direttrice $y = k$; pertanto il minimo numero di parametri è tre: α, β, k.
2. Ugualmente per la retta; per due punti passa una ed una sola retta (i parametri, in questa circostanza sono quattro). Ma la posizione di una retta sul piano cartesiano è univocamente individuata dalla direzione della retta e da un suo punto, ovvero dall'inclinazione α della retta sull'asse delle ascisse e dalle coordinate note (a, b) di un suo punto; è pertanto tre il minimo numero di parametri; ricordiamo che in geometria analitica si utilizza la pendenza ovvero, come preferiscono i libri di testo, il coefficiente angolare $m = \tan \alpha$.

   OSSERVAZIONE. Io personalmente prediligo la parola pendenza che è legata al concetto di derivata.

La stessa cosa accade per le curve su altre superfici come, nel caso della navigazione, al circolo massimo sulla superficie sferica.

E' noto che per due punti della superficie sferica passa uno ed un solo circolo massimo; in questa circostanza verrebbero utilizzati quattro parametri.

Ora, facciamo rifermento alla seguente figura



nellaquale sono segnati due paralleli di latitudini opposte e nella fascia sferica compresa tra questi paralleli sono segnati due circoli massimi aventi i vertici sui suddetti paralleli(circoli massimi tangenti ai due sopraindicati paralleli). Allo stesso modo come si sono tracciati questi due circoli massimi, se ne possono tracciare altri, quanti ne vogliamo, infatti sono infiniti i circoli massimi aventi i vertici su una coppia di paralleli opposti. Ma, stabilita una determinata longitudine, viene ad individuarsi un **unico circolo massimo**, pertanto il numero minimo di parametri per individuare una circonferenza massima è due: le coordinate di **uno** dei suoi vertici.

Non credo che il punto di intersezione della lossodromia si possa chiamare nodo; tale punto, per una lossodromia(non degenere) si dice **flesso** perché, come per tutte le curve continue, è un punto in cui la curvatura della curva cambia senso.

Le lossodromie particolari (o degeneri) sono:

- i paralleli che non incontrano l'equatore,
- l'equatore che è anche l'unico circolo massimo privo di vertici e di nodi (contrariamente ai circoli meridiani i cui vertici soni i poli).
- i meridiani che incontrano l'equatore in un punto che non assume nessun particolare nome; le intersezioni dei meridiani con l'equatore si dicono nodi se si considerano circoli massimi.

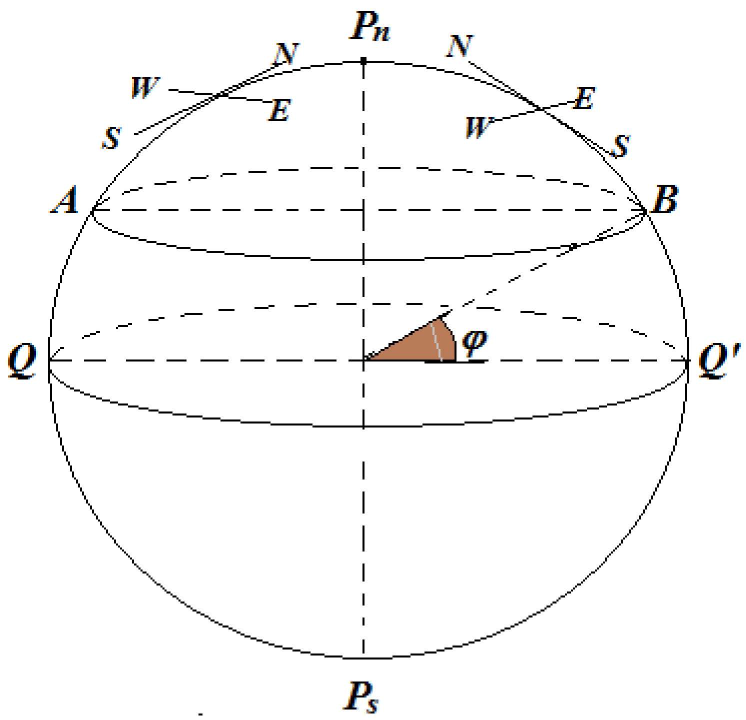
La più o meno grande differenza tra cammino lossodromico e cammino ortodromico tra due punti dipende dalla mutua posizione dei due punti (era argomento di un quesito nei test di ammissione all'Accademia).

La differenza è:

1. grande per punti che abbiano latitudini elevate e poco diverse,
2. trascurabile se i punti hanno latitudini vicine all'equatore o longitudini quasi uguali o per piccole distanze,
3. rilevantese i due punti sono posizionati sullo stesso parallelo con differenza di longitudine pari a 180°.

In questo ultimo caso possiamo determinare la latitudine dei due punti per avere la massima differenza.

Allo scopo ci serviamo della seguente figura



Nella quale consideriamo i due punti A e B sullo stesso parallelo e sullo stesso circolo meridiano; l'arco di ortodromia è l'arco di meridiano $A\ P_n\ B$ e l'arco di lossodromia è l'arco di parallelo AB.

E' pur vero che un arco di meridiano è un arco lossodromico, ma ciò non è vero per un arco di circolo meridiano che contenga un polo; nel nostro caso infatti, considerando A il punto di partenza e B il punto di arrivo, la nave percorre il tratto AP_n con rotta 0° ed il tratto P_nB con rotta 180° per cui non viene mantenuta la stessa rotta come è nella definizione di lossodromia.

A questo punto possiamo, *teoricamente*, determinare la latitudine che dia la massima differenza tra i due cammini:

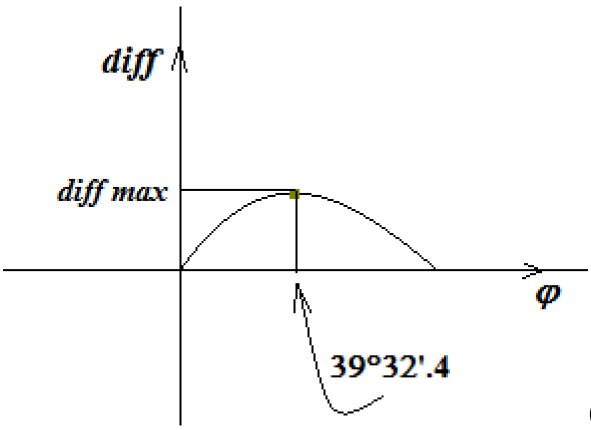
$$AP_nB = 2c = 2\,(\pi/2 - \varphi)$$

$$AB - AP_nB = \pi\cos\varphi - \pi + 2\varphi$$

$$AB = QQ'\cos\varphi = \pi\cos\varphi$$

Per comodità indico $diff = \pi\cos\varphi - \pi + 2\varphi$.

diff è una funzione continua di variabile φ; possiamo allora studiarla mediante l'analisi infinitesimale, ed in particolare trovarne il massimo assoluto



(il dominio di *diif* è[0,π/2])

$(diff)' = -\pi \text{sen}\,\varphi + 2$

Eguagliamo a zero la derivata prima

$-\pi \text{sen}\,\varphi + 2 = 0$ da cui è $\text{sen}\,\varphi = 2/\pi$, a cui corrisponde il valore $\varphi \approx 39°32'.4$ *N*. (parimenti nell'emisfero australe).

Proviamo che questo valore porge il massimo assoluto di *diff*; allo scopo determiniamo il segno della derivata seconda in corrispondenza di $\varphi = 39°32'.4$:

$(diff)'' = -\pi \cos\varphi$

$(diff)''_{\varphi=39°32'.4} \approx -2{,}42 < 0$, c.v.d.

Lasciamo all'allievo il piacere di determinare la differenza in miglia marine.