1 IL PROBLEMA DEL TEMPO

a. Sant'Agostino (454-439), nell'undicesimo libro delle confessioni diceva : "*io so che cosa è il tempo , ma se me lo domandi non so risponderti*"

b. Isacco Newton (1642-1727), nei principi matematici scriveva:

- " *il tempo assoluto* (*vero o matematico*) *è per sua essenza privo di connessione con nessuna cosa esteriore e avanza uniformemente*;
- *"il tempo relativo* (*apparente o volgare*) *si associa concretamente ad un moto prestabilito per la sua misura".*

c. Richard Feynman (1918-1988), premio Nobel per la fisica1965, disse:

"*il tempo è ciò che accade quando non accade nient'altro*".

d. Julian Barbour (1937-....) scrive:

"*il tempo non è altro che cambiamento ovvero ciò che percepiamo su quanto succede attorno a noi. Ma, se non vi fosse cambiamento ovvero se tutto rimanesse inalterato allora anche il tempo si fermerebbe: il tempo quindi non esiste come grandezza fisica*".

La letteratura sul tempo è vasta, quello che ho scritto è una sua esigua parte, ma è certo che non si può dare una definizione esaustiva di tempo; concretamente si può definire come una sequenza ordinata di eventi.

Per i nostri scopi siamo interessati al tempo relativo (tempo apparente di Newton) per il quale è necessario essere forniti di un moto continuo come, ad esempio, il moto di un punto materiale che percorre una traiettoria infinita in un certo prestabilito verso.

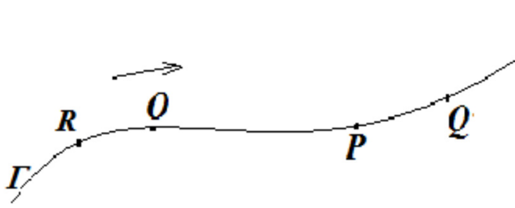


Fig.1

In Fig.1 abbiamo la traiettoria Γ in cui si sono stabiliti un'origine O ed un verso di percorrenza indicato dalla freccia: i tre punti materiali P, Q, R che si muovono su di essa, con velocità non necessariamente uguali, in un determinato istante occupano la posizione espressa in figura. La loro istantanea posizione può essere definita dalla loro distanza curvilinea contata dall'origine O, positiva per i punti materiali P e Q, negativa per il punto R. Dalla maggiore o minore distanza curvilinea (detta più propriamente *ascissa curvilinea*) di due eventi si può dedurre quale dei due precede o segue l'altro, e nel caso particolare in cui le ascisse di due eventi siano istantaneamente uguali si avrà la simultaneità dei due eventi.

Partendo dal seguente assioma (regola del gioco ovvero concetto base di una teoria che viene assunto come vero e su cui si basa tutta la teoria stessa):

"d*ue intervalli di tempo si definiscono uguali quando descrivono la durata di due fenomeni identici, che si svolgono in circostanze fedelmente analoghe*",

possiamo misurare il tempo mediante l'osservazione di un moto periodico che si riproduca con continuità e con le stesse modalità, a partire da un prestabilito istante preso come origine dei tempi (nascita di Cristo).

Sono proprio alcuni fenomeni astronomici che ci consentono facilmente l'opportunità di misurare il tempo come il moto apparente diurno delle stelle, il moto del Sole tra le stelle e così via.

La differenza tra questi moti ed il moto espresso nella Fig.1 è che non parliamo più di ascissa curvilinea bensì di ascissa angolare (analogamente come avviene nelle lancette dell'orologio che ruotano sempre in uno stesso senso senza mai fermarsi, moto infinito, spazzando angoli uguali in intervalli di tempo uguali).

Pertanto possiamo assumere l'angolo orario t di un astro qualunque per misurare il tempo, ed è perciò che l'angolo orario di un astro è detto anche tempo dell'astro; si deduce che si possono avere tanti tempi diversi l'uno dall'altro, tanti quanti sono gli astri visibili.

Dalla definizione " ***giorno di un astro***: *intervallo di tempo che trascorre tra due passaggi successivi di quell'astro allo stesso meridiano*", abbiamo:

astro	**giorno**	**tempo**
Sole vero	vero	vero t_v
Sole medio	medio	medio t_m
punto vernale $\boldsymbol{\gamma}$	siderale	sidereo t_s
Luna	lunare	lunare $t_☾$
pianeta	planetario	planetario $t_\bullet$
stella	stellare	stellare t_*

Tutti i giorni citati nella tabella e pure quelli di altri astri sarebbero tutti tra loro uguali se fossero tutti dipendenti dalla sola rotazione apparente della sfera celeste, e in questa circostanza prendere come riferimento un astro più che un altro sarebbe pienamente indifferente al fine della misura del tempo; ma ciò non è vero per il non uniforme moto in *ascensione retta* dei vari astri.

Rilevato che le stelle, così dette fisse, hanno variazione in ascensione retta piuttosto piccola e tanto più piccola quanto più è minore la loro declinazione, al fine della misura del tempo, si ci potrebbe riferire alla stella più vicina all'equatore ovvero alla stella Alnilam la cui declinazione è pressoché 1° *S* ; invece si è scelto di assumere come stella (immaginaria) il punto vernale (dalla parola latina *ver* cioè primavera) che è, per sua definizione, sempre sull'equatore (δ=0°), pertanto, in astronomia l'unità fondamentale di misura del tempo è il giorno siderale, avendo definendo tempo sidereo t_s l'angolo orario del punto vernale γ.

2 RELAZIONE TRA L'ANGOLO ORARIO DI UN ASTRO RIFERITO AD MERIDIANO ED IL SIMULTANEO DELLO STESSO ASTRO RIFERITO AL MERIDIANO DI GREENWICH

Ci serviamo della **proiezione ortografica equatoriale** ovvero di quella proiezione nella quale il centro di proiezione, detto anche punto di vista, è ipoteticamente all'infinito sull'asse polare; essa raffigura l'emisfero nord o sud (a seconda da che parte si trova il punto di vista) come si vedrebbe dallo spazio la sfera celeste.

Più precisamente, per comodità, prendiamo l'emisfero nord così che il centro della proiezione è il polo nord celeste.

A sinistra della Fig.2 è riportata la rappresentazione scenografica della sfera celeste in cui:

- $P_nZM_sP_s$ è il meridiano dell'osservatore avente zenit Z,
- $P_nGG_1P_s$ è il meridiano di Greenwich,
- $P_nAA_1P_s$ è il meridiano di un astro A in un determinato istante.

A destra della Fig.2 è riportata la proiezione ortografica equatoriale; in essa i raggi rappresentano le tracce dei meridiani ed in particolare:

- P_nZM_s il meridiano dell'osservatore,
- P_nGG_1 il meridiano di Greenwich,
- P_nAA_1 il meridiano dell' astro A considerato.

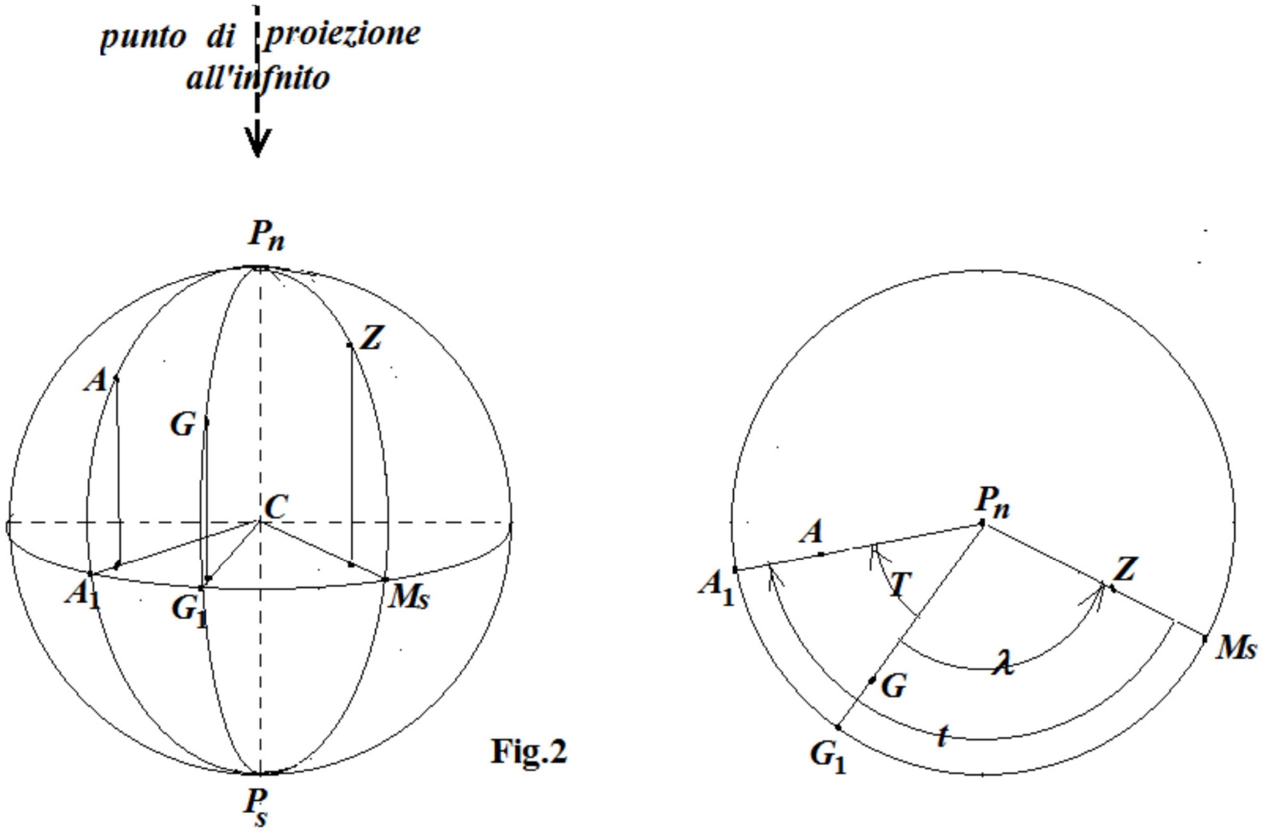


Fig.2

La peculiarità di questa proiezione sta nel fatto che in essa sono riportati fedelmente gli angoli sia dei tempi degli astri che delle longitudini di qualunque punto della Terra.

Indicato con carattere maiuscolo T l'angolo orario di un astro se riferito a Greenwich, e con carattere minuscolo t l'angolo orario simultaneo di quell'astro se riferito a un qualunque meridiano di longitudine λ, dalla Fig.2 possiamo scrivere

$$t = T + \lambda \qquad (1)$$

Osserviamo che in figura abbiamo considerato l'osservatore con longitudine di nome est; se l'osservatore avesse avuto longitudine ovest la (1) sarebbe stata scritta:

$$t = T - \lambda \qquad (2).$$

E' prassi usare solamente la (1) ponendo la condizione di dichiarala algebrica nel senso che λ assume segno **più** se di nome **est**, **meno** se di nome **ovest**. Può essere di utilità usare la seguente relazione:

$$t = T + (\pm\lambda) \qquad \left|\begin{array}{l} + \; per \; \lambda \; di \; nome \; EST \\ - \; per \; \lambda \; di \; nome \; OVEST \end{array}\right. \qquad (3)$$

Risolvendo la (3) rispetto alla lettera T, abbiamo:

$$T = t - (\pm\lambda) \qquad \left|\begin{array}{l} + \; per \; \lambda \; di \; nome \; EST \\ - \; per \; \lambda \; di \; nome \; OVEST \end{array}\right. \qquad (4)$$

In conclusione la (3) e la (4) sono rispettivamente una addizione ed una sottrazione algebriche; la prima delle due consente di determinare il tempo locale di un osservatore posto in longitudine

λ conoscendo il simultaneo tempo di Greenwich e la seconda il viceversa.

ESEMPIO.

Calcolare l'angolo orario di Marte per un osservatore in longitudine $\lambda = 121°32'.2W$, simultaneo a $T = 34°21.8$.

SOLUZIONE

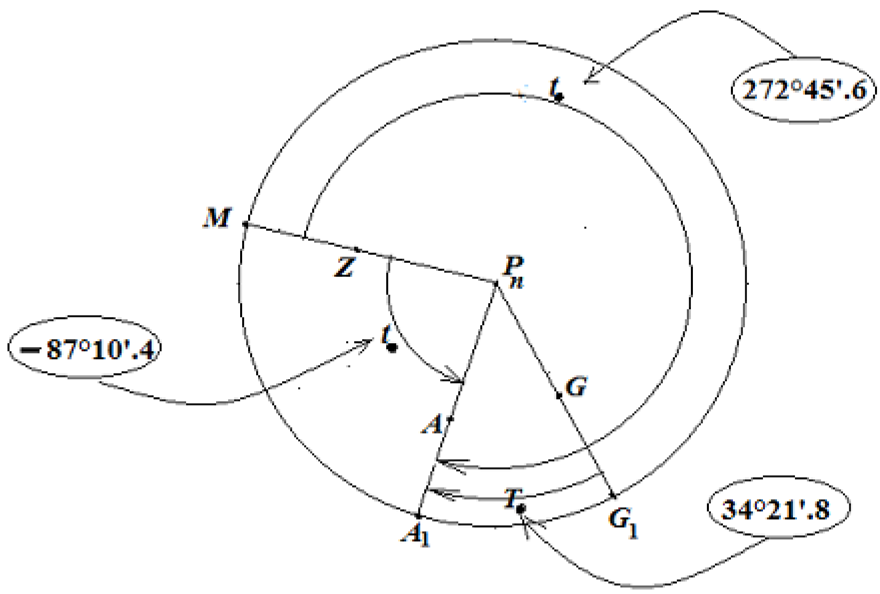
Dalla (3), possiamo scrivere:

$$\begin{array}{rl} T_{\bullet} = & 34°21'.8 \\ +\lambda^{(-)} = & -121°32'.2 \\ \hline t_{\bullet} = & -87°10'.4 \quad < 0 \\ + & 360° \\ \hline t_{\bullet} = & 272°45'.6 \end{array}$$

OSSERVAZIONE. Gli angoli orari risultano indifferenti addizionandovi o sottraendovi un angolo giro ($\pm 360°$ se sono espressi in gradi, $\pm 24^h$ se sono espressi in ore).

Nel nostro caso abbiamo addizionato 360° al tempo sidereo $t_{\bullet}$ perché negativo; allo stesso modo avremmo sottratto 360° se $t_{\bullet}$ fosse risultato maggiore di 360°.

Per l'esempio precedente riportiamo la seguente figura che giustifica l'addizione di 360°; si rileva infatti che è indifferente misurare il tempo di un astro contandolo in senso orario (positivamente) che in senso antiorario (negativamente), si raggiunge lo stesso meridiano P_nAA_1 dell'astro.



3 RELAZIONE TRA GLI ANGOLI ORARI SIMULTANEI DI UN ASTRO RIFERITI A DUE MERIDIANI DI LONGITUDINI λ_1 e λ_2,

Per entrambe le longitudini ci serviamo della (4)

$$T = t_1 - (\pm\lambda_1) \qquad (5)$$

$$T = t_2 - (\pm\lambda_2) \qquad (6)$$

La (5) con la (6) sono equazioni simultanee quindi assieme costituiscono un sistema che risolviamo col metodo del confronto:

$$t_1 - (\pm\lambda_1) = t_2 - (\pm\lambda_2)$$

$$t_1 = t_2 + (\pm\lambda_1) - (\pm\lambda_2) \qquad (7)$$

nella quale è:

$$(\pm\lambda_1) - (\pm\lambda_2) = \pm\lambda$$

per cui la (7) diventa

$$t_1 = t_2 + (\pm\Delta\lambda). \qquad (8)$$

La (8), sempre con le stesse modalità dei segni, risolve il problema posto.

ESEMPIO.

Sul meridiano di longitudine $\lambda_1 = 42°E$ l'angolo orario del Sole vero è $t_{v_1} = 69°$; si vuol sapere il simultaneo t_{v_2} relativo al meridiano di longitudine $\lambda_2 = 75°W$.

SOLUZIONE

Calcolo la variazione di longitudine $\Delta\lambda$ con la relazione $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ (alg.)

$$\begin{array}{rl} \lambda_2 & = -75° \\ -\lambda_1^{(+)} & = -42° \\ \hline \Delta\lambda & = -117° = 117°W \end{array}$$

Dalla (8), abbiamo:

$$t_{v_2} = 69° + (-117°) = -48° \quad < 0°$$

$$t_{v_2} = -48° + 360° = 312°$$

Prova.

verifichiamo, mediante la (4), che l'angolo orario simultaneo del Sole vero T_v è lo stesso per entrambe le longitudini:

- $T_v = 69° - (+42°) = 27°$
- $T_v = 312° - (-75°) = 387° > 180° \quad \Rightarrow \quad T_v = 387° - 360° = 27°$

4 LA STELLA DELLA NOSTRA VITA

La nostra vita civile è ovviamente regolata dal Sole, ma il Sole (vero) non è affidabile per la misurazione del tempo perché non percorre, apparentemente, l'equatore celeste, dove si misurano i tempi degli astri, bensì l'eclittica; i motivi che non consentono di utilizzare il Sole per misurare il tempo, sono:

1. la variazione della velocità che la Terra ha nel percorrere la sua orbita attorno al Sole (vedi seconda legge di Keplero);
2. l'obliquità dell'eclittica sull'equatore celeste (circa 23° 27'), per cui, anche se il Sole percorresse apparentemente l'eclittica con velocità costante (per assurdo, in assenza della seconda legge di Keplero), non avrebbe velocità costante sull'equatore celeste perché le proiezioni, sull'equatore celeste, di archi uguali di eclittica non sono uguali [(*)].

Pertanto il *giorno solare vero* **non** è un intervallo di tempo costante, e quindi non idoneo per misurare il tempo per uso civile.

►Per capire meglio ciò che ho detto, cercherò di spiegare, a grandi linee, il moto reale della Terra intorno al Sole ed il moto apparente del Sole attorno alla Terra.

La Terra ruota attorno al Sole percorrendo un'orbita a forma di ellisse con il Sole posizionato in uno dei due fuochi, avente una eccentricità piuttosto piccola, pari a circa un sessantesimo, ed inclinata sull'equatore celeste di un angolo di circa 23° 27', detta obliquità dell'eclittica.

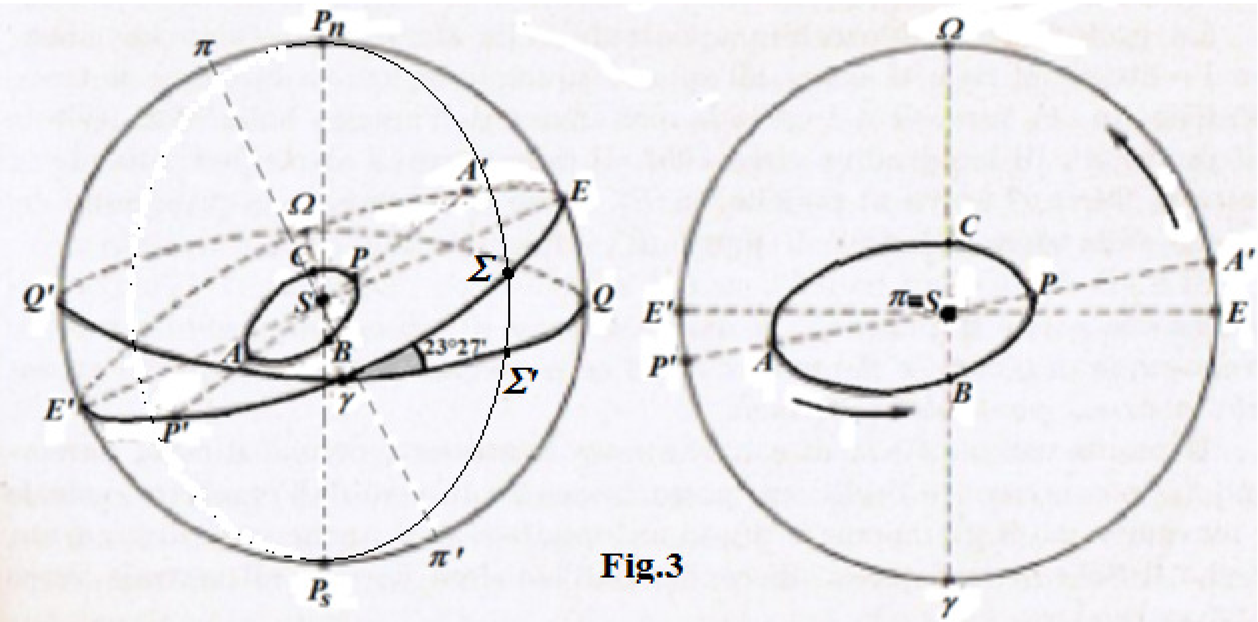


Fig.3

La prima figura rappresenta la sfera celeste eliocentrica (il Sole è il centro della sfera) in proiezione "*scenografica*", in cui:

- l'ellisse *ABPC* rappresenta l'orbita della Terra, con il Sole in un fuoco; i punti *A* e *P* dell'orbita sono rispettivamente l'afelio (massima distanza Terra-Sole) ed il perielio (minima distanza Terra-Sole),
- il piano dell'orbita della Terra interseca la sfera celeste nella circonferenza massima *γEΩE'* ,

detta eclittica, inclinata, sull'equatore celeste $Q'\gamma Q\Omega$, *di* 23°27' .

Allora, quando la Terra si trova in A, un osservatore situato su di essa vede il Sole, sulla sfera celeste in A', e quando la Terra è in P, un osservatore su di essa vede il Sole, sulla sfera celeste, nel punto P'. Così che, mentre la Terra percorre l'arco AB della sua orbita, il Sole, apparentemente, percorre l'arco $A'\Omega$ dell'eclittica.

La seconda figura è la proiezione ortografica eclittica, ovvero la proiezione della sfera celeste sull'eclittica, con punto di vista l'infinito nel verso $\pi\pi'$, ove π e π' sono i poli dell'eclittica.

► Torniamo al nostro problema del tempo: per avere un giorno di durata costante, con artifici matematici, si è creato un Sole medio la cui rivoluzione (apparente) ha durata costante, pari alla media di un gran numero di giorni solari veri.

Vediamo le fasi degli artifici matematici escogitati per giungere al giorno medio di durata costante:

- è stato inventato un Sole immaginario, chiamato **Sole fittizio**, che percorra l'eclittica con velocità costante, e che passi all'afelio ed al perielio assieme al Sole vero. Poiché il Sole vero ha massima velocità angolare al perielio e minima velocità angolare all'afelio, si ha:

_ nella traiettoria dal perielio all'afelio il Sole vero precede il Sole fittizio, giungendo assieme all'afelio,

_ nella traiettoria dall'afelio al perielio il Sole fittizio precede il Sole vero, giungendo assieme al perielio;

- è stato inventato un ulteriore Sole immaginario, chiamato **Sole medio**, che percorra l'equatore celeste con velocità costante e che passi per il nodo ascendente γ contemporaneamente al Sole fittizio.

Osservazione. Il Sole medio ci consente di raggiungere l'obiettivo desiderato ovvero di poter usufruire di un giorno di durata costante, così definito:

giorno solare medio o più semplicemente **giorno medio** è l'intervallo di tempo che trascorre tra due passaggi consecutivi del centro del Sole medio allo stesso meridiano.

► Il seguente disegno consente di capire meglio l'artificio matematico adottato dall'uomo per poter utilizzare il Sole (nostra stella vitale) per misurare il "*tempo*". In fin dei conti il tempo, *non definibile*, è per l'uomo una ascissa per cui è possibile:

1. individuare un istante (in geometria è un punto)
2. misurare un intervallo (in geometria è la lunghezza di un segmento)
3. stabilire il tempo che segue un certo evento (in geometria è una semiretta)

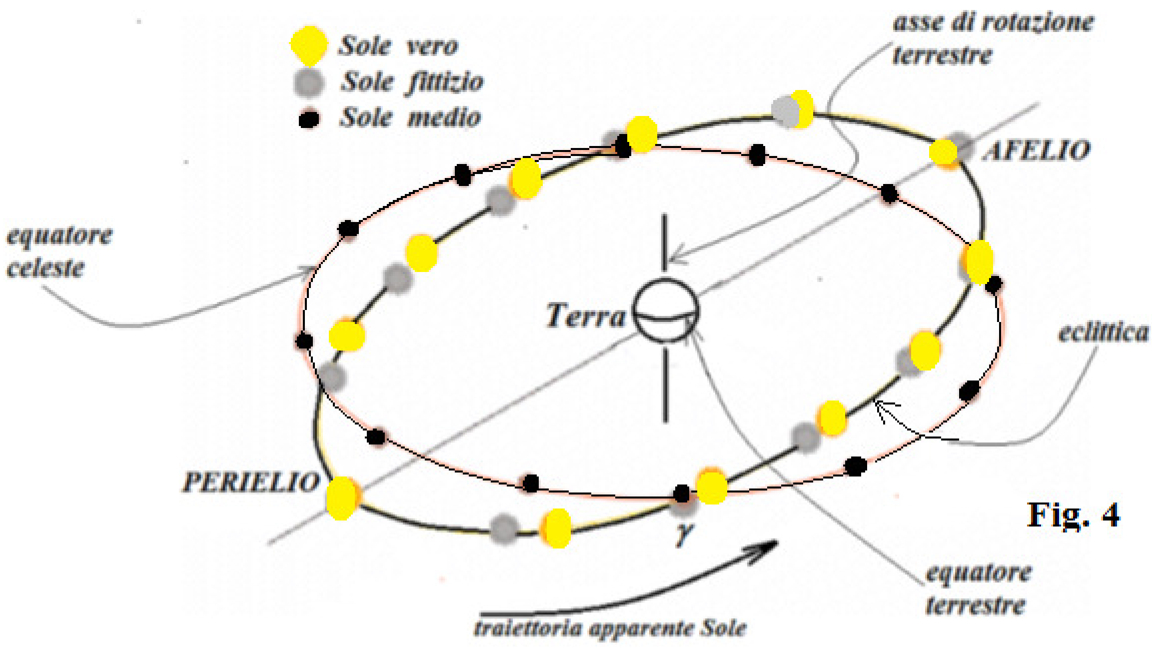


Fig. 4

Pertanto non esiste nessuna differenza tra la retta dei tempi e un sistema di ascisse su una retta.

Come è noto, per un sistema di ascisse occorrono tre elementi:

1. *un senso positivo di percorrenza*,
2. *un punto origine,*
3. *un segmento unitario*;

e su questa retta si possono individuare **punti**, **semirette, segmenti**.

Allo stesso modo, sulla retta dei tempi si ha:

1. *un senso positivo*: quello degli avvenimenti che si susseguano,
2. *una origine* : nascita di Cristo,
3. *una unità* : il giorno solare medio (con i sottomultipli "minuti, secondi e decimali di secondo" e multipli "settimane, mesi anni, secoli");

su questa retta si possono individuare **istanti**, **periodi che seguono un determinato evento, intervalli di tempi.**

►*La differenza tra il tempo solare vero* t_v *e il tempo solare medio* t_m, *indicata con* ε *si chiama*

equazione del tempo*:*

$$\varepsilon = t_v - t_m$$

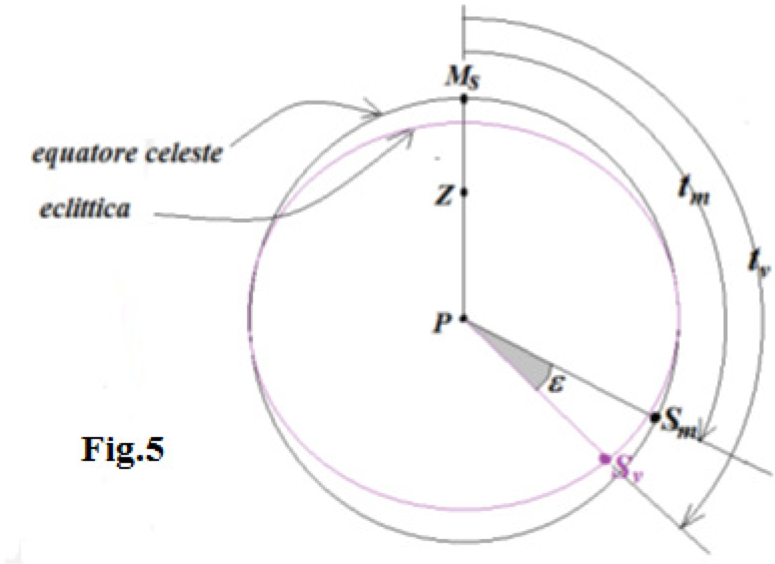
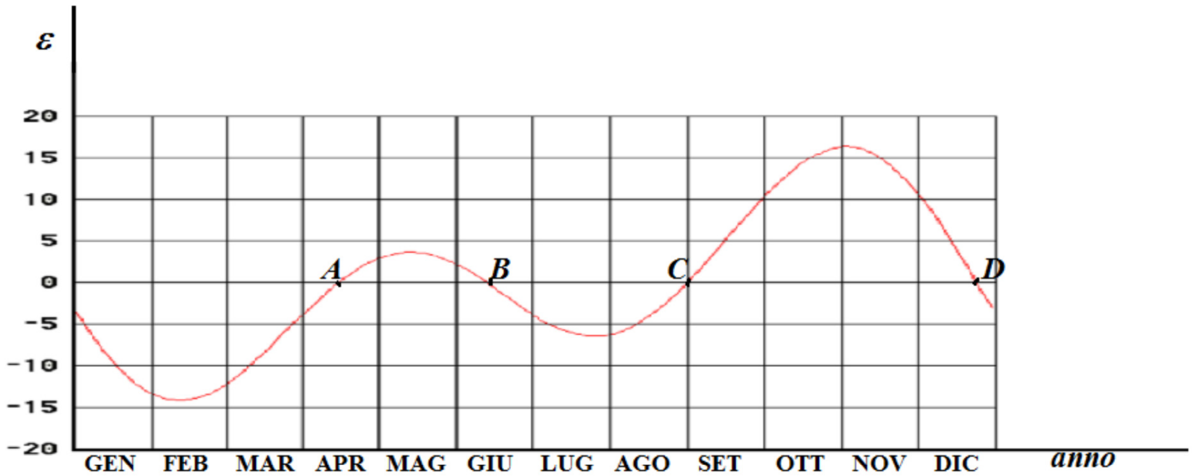


Fig.5

ε è espressa generalmente in minuti e decimi di minuto; essa varia con regolarità nel corso dell'anno passando da valori negativi a valori positivi ed è tabulata in almanacchi.

Trattasi di una funzione, il cui grafico è del tipo



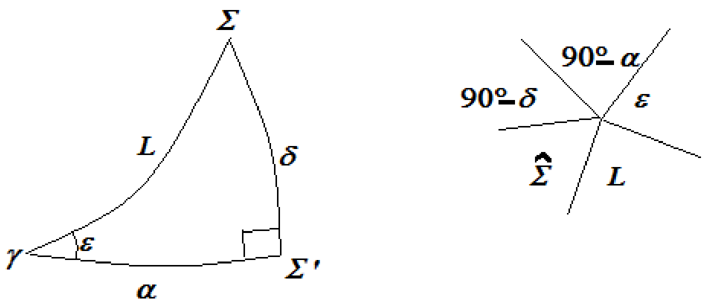
$\varepsilon = 0^m$ il $\begin{cases} \text{A: 15 } \textit{aprile} \\ \text{B: 15 } \textit{giugno} \\ \text{C: 30 } \textit{agosto} \\ \text{D: 25 } \textit{dicembre} \end{cases}$

(*) Dimostriamo matematicamente che il Sole fittizio non ha velocità costante in ascensione retta. (Gli studenti degli Istituti Nautici nel quarto anno del corso hanno nel programma di matematica l'analisi matematica e quindi devono essere capaci a risolvere problemi simili).

Ci riferiamo al triangolo sferico $\gamma\Sigma'\Sigma$, rettangolo in Σ', essendo Σ il Sole che, per ipotesi, percorre l'equatore con velocità costante (successivamente lo abbiamo chiamato Sole fittizio) e

$P_n \Sigma P_s$ il suo meridiano istantaneo.

Stabilito che gli allievi devono anche conoscere perfettamente i sistemi di coordinate astronomiche (**locali** altazimutali e orarie; **uranografici** equatoriali ed eclittiche), mediante una regola mnemonica di Nepero (quella delle cotangenti), scriviamo:



$$\cos\varepsilon = \cot L \cdot \cot(90° - \alpha)$$

$$\cos\varepsilon = \cot L \cdot \tan\alpha \qquad \text{(I)}$$

moltiplichiamo per $\tan L$ ambo i membri della (I) al fine di separare le variabili infatti, considerato ε costante, le varabili sono α ed L:

$$\cos\varepsilon \cdot \tan L = \tan\alpha \qquad \text{(II)}$$

Ricordando che in una equazione si possono derivare i due membri rispetto alla stessa variabile; rilevato che le variabili sono funzioni entrambe del tempo t:

$$L = L(t) \wedge \alpha = \alpha(t)$$

deriviamo membro a membro la (II) rispetto al tempo t:

$$\cos\varepsilon \cdot \frac{1}{\cos^2 L} \cdot \frac{dL}{dt} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \cdot \frac{d\alpha}{dt}$$

moltiplico ambo i membri per $\cos^2\alpha$:

$$\cos\varepsilon \cdot \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2 L} \cdot \frac{dL}{dt} = \frac{d\alpha}{dt} \qquad \text{(III)}$$

ancora, mediante un'altra regola mnemonica di Nepero (quella dei seni), dal triangolo $\gamma\Sigma'\Sigma$, abbiamo:

$$\cos L = \sin(90° - \delta) \cdot \sin(90° - \alpha) \Rightarrow \cos L = \cos\delta \cdot \cos\alpha \Rightarrow \frac{\cos\alpha}{\cos L} = \sec\delta$$

che sostituiamo nella (III)

$$\frac{d\alpha}{dt} = \underbrace{\sec^2\delta}_{variabile} \cdot \underbrace{\frac{dL}{dt}}_{costante} \cdot \underbrace{\cos\varepsilon}_{costante} \qquad \text{(IV)}$$

Il primo membro della (IV) è la velocità istantanea in ascensione retta del Sole fittizio che non è certamente costante perché dipende dalla declinazione che a sua volta è variabile: $\delta = \delta(t)$.

OSSERVAZIONE. Abbiamo detto che il Sole fittizio percorre l'eclittica con velocità costante cioè gli archi di equatore che percorre sono proporzionali ai tempi impiegati a percorrerli, per cui è:

$$\frac{dL}{dt} = \ costante.$$

5 DETERMINAZIONE DELL'ANGOLO ORARIO DI UN ASTRO NOTO IL TEMPO SIDEREO

Ci riferiamo alla Fig.6:

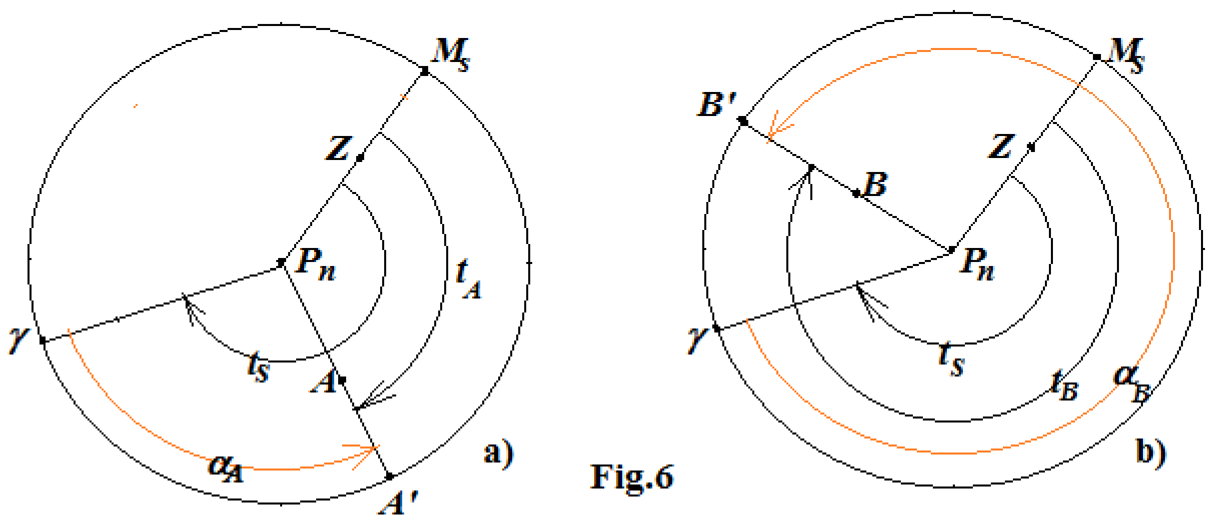


Fig.6

- Dalla Fig.a) abbiamo:

$$t_s = t_A + \alpha_A$$

$$t_A = t_s - \alpha_A ; \qquad (*)$$

ricordiamo che un raggio vettore non cambia direzione se si fa ruotare di un giro completo, possiamo scrivere.

$$t_A = t_s - \alpha_A + 360°$$

ovvero

$$t_A = t_s + 360° - \alpha_A$$

$$t_A = t_s + co\alpha_A \qquad (**)$$

le (*) e (**) sono equivalenti, ma è preferibile la seconda che è una addizione al posto della prima che è una sottrazione.

- Dalla Fig, b) abbiamo:

$$t_s = t_B - \gamma \hat{P}_n B'$$

ovvero:

$$t_s = t_B - (360° - \alpha_B)$$

che risolviamo rispetto a t_B :

$$t_B = t_s + (360° - \alpha_B)$$

ovvero

$$t_B = t_s + co\alpha_B \qquad (***)$$

Dalle (**) e (***) possiamo scrivere l'equazione che porge il tempo stella simultaneo al tempo sidereo:

$$t_* = t_s + co\alpha, \qquad (9)$$

dove $co\alpha$ è l'*ascensione versa* o *coascensione* di quella stella.

ESEMPIO.

Calcolare l'angolo al polo della stella Vega osservata in longitudine λ = 112° 21' W, all'istante t_f = $18^h\,20^m$ del 5 settembre 2013.

SOLUZIONE.

Determino la longitudine fuso:

$$\lambda = 112°\ 21'\ W \ = \ 7^h\ 29^m\ 24^s\ \mathrm{W} \qquad \Rightarrow \qquad \lambda_f = 7^h\ W$$

Determino il tempo T_m, con relativa data, con cui entrare nelle effemeridi:

$$\begin{array}{lll} t_f & = 18^h 20^m & 05/09/2013 \\ -\lambda_f^{(-)} & = +\ 7^h & \\ \hline T_m & = 25^h 20^m & 05/09/2013 \\ T_m & = 01^h 20^m & 06/09/2013 \end{array}$$

Determino l'angolo al polo richiesto:

$$T_{m_0} = 1^h \quad \text{--------} \quad T_{s_0} = 359°18'.4$$
$$I_m = 20^m \quad \text{-----} \quad +I_s = 5°00'.8$$
$$T_m = 1^h\ 20^m \quad \text{------} \quad T_s = 364°19'.2$$
$$+\lambda^{(-)} = -112°21'$$
$$t_s = 251°58'.2$$
$$+co\alpha. = 80°38'.7$$
$$t_* = 332°36'.9 \qquad > 180°$$

$$\hat{P} = (360° - 332°36'.9)E$$
$$\hat{P} = 27°23'.6E$$

►Mediante calcoli simili, sempre con l'uso delle effemeridi, si determinano gli angoli al polo non solo delle stelle (così dette) fisse ma anche di qualunque astro utile alla nautica: Sole, pianeti, Luna.

UN PARTICOLARE PROBLEMA DI ASTRONOMIA NAUTICA: PASSAGGIO DEL SOLE AL MERIDIANO MOBILE DELLA NAVE

Al riguardo del Sole è utile conoscere l'istante esatto del suo passaggio al meridiano della nave; questo problema e di facile soluzione nei due casi di nave alla fonda o di nave con rotte N o S (navigazione per meridiano). Ma, in generale le navi si muovono con le più svariate rotte, pertanto il problema è quello di determinare l'istante del passaggio del Sole al **meridiano mobile** della nave.

Iniziamo a considerare il caso di una nave che naviga con rotta nel primo o secondo quadrante ovvero avente componente orientale; ci riferiamo alla seguente figura che rappresenta opportunamente la Terra e, nello stesso tempo, la sfera celeste; questa opportunità è suggerita dal fatto che la sfera celeste, immaginazione dell'uomo, ha un raggio arbitrario ed allora perché non poterlo considerare uguale a quello del nostro pianeta?

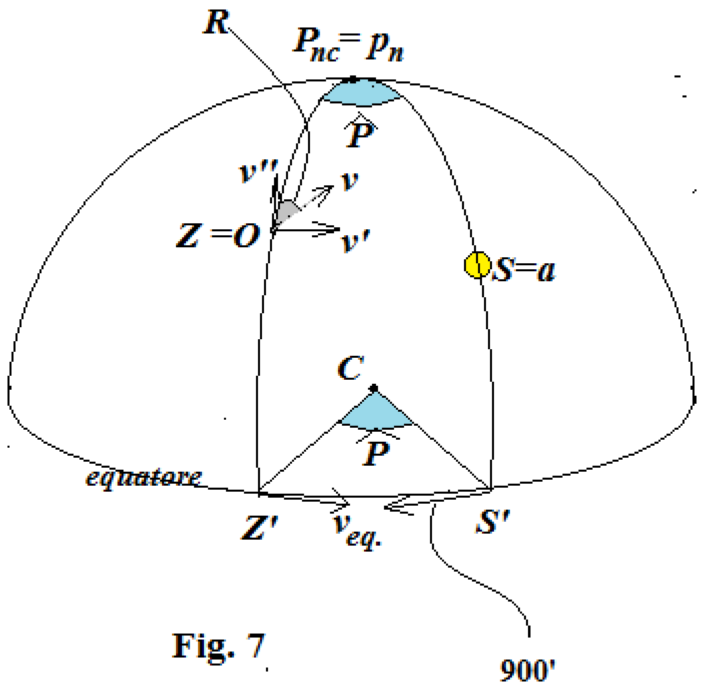


Fig. 7

Con questa escamotage abbiamo, per un osservatore O, per esempio, in latitudine nord:

- L'osservatore O coincide col suo zenit Z;
- Il polo nord geografico p_n coincide col polo elevato P_{nc} :
- Il Sole S coincide col suo punto subastrale a;
- I meridiani geografici p_nO e p_na coincidono rispettivamente con i meridiani celesti P_nZ e P_nS :
- L'equatore è nello stesso tempo quello geografico e quello celeste;.
- L'angolo al polo $\hat{P}$ formato tra i meridiani celesti P_nZ e P_nS coincide con la differenza di longitudine tra i meridiani geografici p_nO e p_na .

A questo punto occorre fare alcune considerazioni sulle **distanze** e sulle **velocità** nell'ambiente delle superfici sferiche:

1. quando si parla di distanze si intende parlare solo di **distanze angolari**;
2. quando si parla di velocità si intende parlare solo di **velocità angolari**.

OSSERVAZIONE. E' pur vero che nella nautica si parla anche di distanze lineari misurate in miglia marine (circa 1852 m); ma questo è dovuto al il fatto che la Terra ha un raggio ben definito così che si è dato il nome di miglio marino ad un arco di circolo massimo di ampiezza uguale ad un primo ed allora la velocità di una nave, sulla superficie terreste, si misura in miglia all'ora cioè in nodi..

Il miglio cambia di valore al variare del raggio; consideriamo, per esempio, tre cerchi concentrici che rappresentino, in scala, solo le dimensioni dei pianeti Mercurio, Terra e Urano:

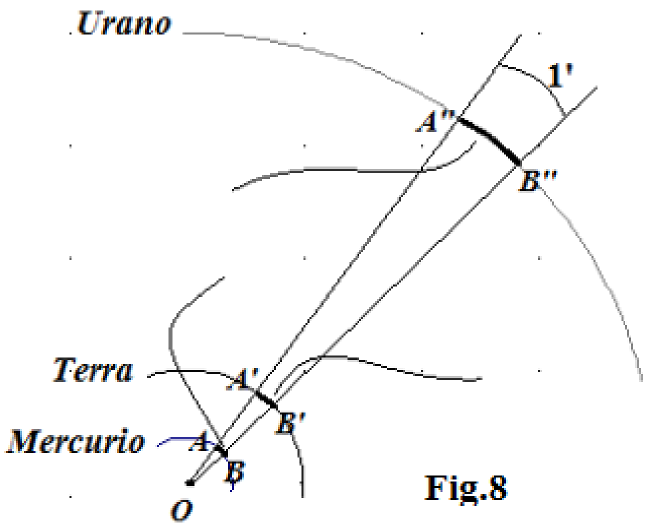


Fig.8

Essendo i raggi rispettivamente

- $r_{Terra} \cong 6371 Km$
- $r_{Urano} \cong 7377 Km \quad \cong 4 \ r_{Terra}$
- $r_{Mercurio} \cong 2440 Km \quad \cong 0.38 \ r_{Terra}$,

supposto che anche nei due pianeti Mercurio e Urano vi sia il mare, il miglio marino corrispondente sarà:

- $(miglio)_{Terra} \equiv 1853 m$
- $(miglio)_{Mercurio} \equiv 709 m$
- $(miglio)_{Urano} \equiv 7377 m$.

Ipoteticamente se tre navi N, N', N'' percorrono rispettivamente gli archi AB, $A'B'$, $A''B''$ nello stesso tempo significa che le tre navi hanno la stessa velocità angolare, ciò significa che i raggi OA, OA', OA'' spazzano l'angolo di 1' nello stesso intervallo di tempo. Ovviamente le velocità periferica è diversa da pianeta a pianeta dipendendo dal raggio.

Tutto quello che ho detto serve a capire il problema posto; nella alla Fig.7 è indicata la velocità v, in nodi, della nave la cui componente per parallelo è:

$$v' = v \cdot \sin R\,;$$

v' è la componente che produce la variazione in longitudine della nave, ma le longitudini e le variazioni di longitudine si misurano sull'equatore, pertanto la variazione in longitudine è la velocità $v_{eq.}$. misurata sull'equatore

$$v_{eq.} = v' \cdot \sec\varphi = v \cdot \sin R \cdot \sec\varphi\,.$$

Ma, l'equatore è un circolo massimo e quindi $v_{eq.}$ si può esprimere i primi, pertanto l'intervallo i di tempo necessario perché il Sole passi al meridiano mobile della nave è:

$$i = \frac{\text{distanza angolarre}}{\text{velocità angolare totale}}$$

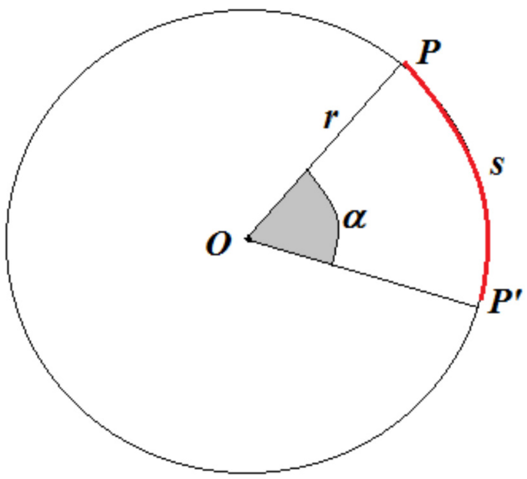
cioè

$$i = \frac{(\hat{P})}{900 + (v \cdot \sin R \cdot \sec\varphi)} \qquad (10)$$

►Richiamiamo brevemente i concetti del moto circolare uniforme. Un punto mobile compie un moto circolare uniforme se descrive una circonferenza, percorrendo archi uguali in tempi uguali.

La velocità v del punto è il rapporto tra le lunghezze degli archi s di circonferenza percorsi e i tempi t impiegati a percorrerli:

$$v = \frac{s}{t} \qquad (11)$$



Ricordando che l'arco s è uguale al prodotto dell'angolo α moltiplicato per il raggio r della circonferenza

$$s = r\alpha \qquad (12)$$

la (1) diventa:

$$v = \frac{r\alpha}{t} \qquad (13)$$

Poniamo ora

$$\frac{\alpha}{t} = \omega \qquad (14)$$

e chiamiamo velocità angolare il simbolo ω, definito quale rapporto tra l'angolo percorso dal raggio vettore *OP* per spazzare l'angolo a e il tempo t impiegato a percorrerlo.

Quanto è importante richiamare le unità di misura! Osserviamo che la (1) e la (3) esprimono, in forme diverse la velocità del punto materiale e quindi l'unità di misura è [LT^{-1}] pertanto il numeratore della (3) ha dimensione [L] ovvero quella del raggio r; ciò ci induce a rilevare che gli angoli (in qualunque modalità siano espressi) sono adimensionali ed infatti così è: gli angoli sono numeri puri, cioè senza dimensione. Ed allora la dimensione della velocità angolare è [T^{-1}]

Alla luce di quanto ricordato sul moto circolare uniforme, proviamo l'esattezza dimensionale della (10):

- il primo membro è un intervallo di tempo e quindi ha dimensione [T].
- il secondo membro è il rapporto tra un angolo (numero puro) e una somma di velocità angolari di dimensione [T^{-1}], pertanto la dimensione del secondo membro è $\left[\frac{1}{T^{-1}}\right] = [T]$ = dimensione del primo membro.

Nella (10) il numeratore è l'angolo al polo espresso in *primi d'arco* ed il denominatore è la velocità angolare totale espressa in *primi d'arco all'ora* per cui i è espresso in ore. Ma, dalle effemeridi ricaviamo l'angolo al polo espresso in ore, minuti e secondi per cui conviene modificare la (10) dividendo numeratore e denominatore per 900 (proprietà invariantiva della divisione) così da ottenere il numeratore espresso in *ore* ed il denominatore, velocità angolare totale, in *ore all'ora*; da cui i è espresso ancora in ore:

$$i = \frac{\left(\hat{P}\right)^h}{1 + \left(\frac{v \cdot \sin R \cdot \sec\varphi}{900}\right)} \qquad (15)$$

ESEMPIO.

Nel giorno 9 aprile 20, all'istante $t_c = 09^h\ 15^m\ 32^s$, in φ=39°*N*, con rotta *Rv* = 79° e velocità *v* =19.2 nodi, dai calcoli risulta che l'angolo al polo del Sole è $\hat{P}_E = 2^h 53^m 24^s$.

Determinare l'ora cronometro $t_{c_{ps\circ}}$ del passaggio del Sole al meridiano mobile della nave (mezzo "*di*" vero di bordo).

SOLUZIONE.

Trasformiamo l'angolo al polo in ore:

$$\hat{P}_E = 2^h.89.$$

Dalla (15) abbiamo:

$$i = \frac{2.89}{1 + \dfrac{19.2 \cdot \sin 79° \cdot \sec 39°}{900}} = 2^h\ 48^m\ 51^s;$$

da cui il tempo cronometro richiesto:

$$\begin{array}{ll} t_c & = 09^h 15^m 32^s \\ +i & = 02^h 48^m 51^s \\ \hline t_{c_{pso}} & = 12^h 04^m 23^s \end{array}$$

OSSERVAZIONE 1. Il pedice del tempo cronometro t_c è "*pso*" che significa passaggio superiore Sole, ma il circolino che esprime la nostra stella non è il suo simbolo astronomico; in effetti il simbolo astronomica del Sole è $\odot$, ma il programma (Microsoft Equation 3.0) utilizzato a scrivere questo documento non prevede quel simbolo.

OSSERVAZIONE 2. La (15) è riferita, come abbiamo detto, a rotte del primo e secondo quadrante; se le rotte hanno componente ovest, ovvero sono del terzo e quarto quadrante allora si dovrà usare la seguente:

$$i = \frac{\left(\hat{P}\right)^h}{1 - \left(\dfrac{v \cdot \sin R \cdot \sec \varphi}{900}\right)} . \qquad (16)$$

Pertanto la (15) esprime la situazione del Sole e della nave in contro corsa, mentre la (16) esprime la situazione del raggiungimento della nave da parte del Sole.